

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ФИЛЬТРАЦИИ СЛАБОСЖИМАЕМОЙ СУСПЕНЗИИ С ОБРАЗОВАНИЕМ ОСАДКА ВНУТРИ ФИЛЬТРА

Махмудов Ж.М., Назаров О.У., Сайдуллаев Д.З.

*Самаркандский государственный университет
имени Шарафа Рашидова, г.Самарканд, Узбекистан*

ARTICLE INFO.

Keywords:

Численное решение задачи, .
Фильтры, гидродинамических
моделей.

Abstract

Фильтрация суспензий через пористые фильтры, насыпки является одним из основных методов их разделения, т.е. очистки от твердых частиц. В настоящее время существуют различные технологии фильтрационной очистки суспензий, различающихся конструктивными особенностями фильтровальных элементов, организаций потока суспензии (пресс-фильтры, вакуум-фильтры и др.), гидродинамическими особенностями фильтрования и др..

<http://www.gospodarkainnowacje.pl/> © 2022 LWAB.

Для проектирования и управления технологическим процессом особо важное значение имеет изучение гидродинамических моделей.

Поровый объем рассматриваемой среды заполнен следующими составляющими [1]:

- 1) подвижная жидкость,
- 2) взвешенные частицы примесей, перемещающиеся вместе с потоком жидкости,
- 3) неподвижная жидкость, связанная осевшими частицами,
- 4) неподвижные частицы примесей, осевшие в межзерновом пространстве.

Степень заполнения порового объема частями фильтруемой системы определяется объемными долями S_k

$$S_k = \frac{V_k}{V_{пор}}, \quad k = 1, 2, 3, 4, \quad (1)$$

где V_k – объем k -ой части фильтруемой системы, $V_{пор}$ – объем пор элементарного объеме пористой среды. Значения индекса k соответствуют номерам частей среды. Составляющие фильтруемой среды условно назовем фазами.

Считаем, что поровый объем полностью заполняется фазами системы

$$S_k = 1. \quad (2)$$

Величины S_k назовем насыщенностью среды соответствующим фазами.

Скорости фильтрации суспензии, т.е. объем суспензии, проходящей через единичную площадь, расположенную перпендикулярно потоку, за единицу времени обозначим через \vec{U} , которая состоит из двух частей $\vec{U} = \vec{U}_1 + \vec{U}_2$, где \vec{U}_1 – скорость фильтрации жидкости, \vec{U}_2 – скорость фильтрации частиц. Скорость фильтрации частиц \vec{U}_1 определяется аналогично: объем частиц, проходящих через единичную поверхность, расположенную перпендикулярно потоку, за единицу времени.

Предполагается, что жидкость и частицы несжимаемы. Тогда справедливо уравнение неразрывности

$$\operatorname{div} \vec{U} = 0. \quad (3)$$

Рассматривается односкоростная модель, когда скорости жидкости и частиц считаются равными. Тогда скорости фаз 1, 2 определяются через общую скорость следующим образом

$$\vec{U}_k = \frac{S_k}{S_1 + S_2} \vec{U}, \quad k = 1, 2. \quad (4)$$

Связь скорости фильтрации \vec{U} с градиентом давления p определяется законом Дарси

$$\vec{U} = - \frac{k(S_3, S_4)}{\mu(c)} \nabla p, \quad (5)$$

где $k(S_3, S_4)$ – проницаемость среды, $\mu(c)$ – вязкость суспензии, c – концентрация частиц в подвижной жидкости, $c = \frac{S_2}{S_1 + S_2}$. Фазы 3, 4 образуют осадок в поровом пространстве,

уменьшая объем активных, т.е. доступных для движения фаз 1, 2, пор. Поэтому образование осадка влияет на пористость и проницаемость среды (для фаз 1, 2). Следовательно проницаемость среды является функцией насыщенностей S_3 и S_4 .

В [1] скелет пористой среды и суспензия считаются несжимаемыми. Однако, в реальных условиях, как пористая среда, так и жидкость являются сжимаемыми [2]. В небольшом диапазоне изменения давлений их можно считать слабосжимаемыми.

В работе [2] получено уравнение относительно давления с учетом сжимаемости несущей фазы суспензии, которое имеет вид

$$m_0 \frac{\partial}{\partial t} [\rho_f S_1 + \rho_p S_2] - \operatorname{div} [\Omega(p, S_1, S_2) \operatorname{grad} p] = - \frac{\rho_{dep}}{1 - \varepsilon_0} (J_{2,4} - J_{4,2}), \quad (6)$$

где $\Omega(p, S_1, S_2) = k_0 \frac{\rho_0 (1 + \beta_f p) S_1 + \rho_p S_2}{\mu_0 \left(S_1 + \frac{7}{2} S_2 \right)} \left[1 + \sqrt{1 - (S_1 + S_2)} \right]^3$, $J_{2,4} = \alpha \frac{S_2}{S_1 + S_2}$, $J_{4,2} = \beta S_4$,

α и β определены в [1], $\rho_{dep} = \varepsilon_0 \rho_f + (1 - \varepsilon_0) \rho_p$ – плотность осадка, ρ_f – плотность несущей жидкости в суспензии, ρ_p – плотность твердых частиц в суспензии, ρ_0 – плотность жидкости при $p = p^0$.

Уравнение (6) усложняется еще сильнее, если учесть зависимость α и β от \vec{U} и $|\operatorname{grad} p|$.

Напишем теперь уравнения сохранения массы для каждой фазы. Система уравнений относительно насыщенностей S_k , $k = \overline{1,4}$ имеет вид [1, 2, 3]

$$\begin{aligned} m_0 \frac{\partial S_1 \rho_f}{\partial t} &= -\operatorname{div}(\rho_f (1-c) \vec{U}) - \rho_f J_{1,3}, \\ m_0 \frac{\partial S_2}{\partial t} &= -\operatorname{div}(c \vec{U}) - J_{2,4} + J_{4,2}, \\ m_0 \frac{\partial \rho_f S_3}{\partial t} &= \rho_f J_{1,3}, \\ m_0 \frac{\partial S_4}{\partial t} &= J_{2,4} - J_{4,2}. \end{aligned} \quad (7)$$

К уравнениям (7) надо добавить соотношение

$$\sum_{k=1}^4 S_k = 1. \quad (8)$$

Уравнение (6) в одномерном случае решается при условиях

$$p(0, x) = 0, \quad p(t, 0) = p_0, \quad p(t, \infty) = 0, \quad p_0 = \text{const}. \quad (9)$$

Для насыщенностей принимаются следующие начальные и граничные условия

$$S_1(0, x) = 1, \quad S_2(0, x) = S_3(0, x) = S_4(0, x) = 0, \quad \left. \frac{S_2}{S_1 + S_2} \right|_{x=0} = c_0 = \text{const}. \quad (10)$$

Определив поле давления из (6) находим U из закона Дарси. Затем решая второе, третье, четвертое уравнения и используя (8) находим S_k , $k = \overline{1,4}$.

Ввиду нелинейности задачи для ее решения используем метод конечных разностей [4].

Вычислительные эксперименты показывают, что сжимаемость приводит к неоднородному распределению скорости фильтрации по простиранию пласта, на насыщенности среды различными фазами оказывает слабое влияние. В зависимости от значений кинетических коэффициентов можно получить осадки твердых частиц в пористой среде имеющих различные относительные объемы и структуры. Увеличение значений α приводит к интенсификации явлений кольтматации, а увеличение β – к интенсификации явлений суффозии. Увеличение кольтматации (или суффозии) приводит к общему перераспределению насыщенностей всех фаз.

Литература

1. Носков М.Д., Зайцева М.С., Истомина А.Д., Лукашевич О.Д. Математическое моделирование работы скорых фильтров // Вестник ТГАСУ, № 2, 2008. С. 126 – 137.
2. Хужаёров Б.Х., Махмудов Ж.М., Сайдуллаев У.Ж. Численное моделирование фильтрации слабосжимаемой суспензии с образованием осадка внутри

фильтра // Труды международной научной конф. “Актуальные проблемы прикладной математики и информационных технологий – Аль-Хорезми 2016”. - Бухоро, 2016. - С. 150-155.

3. [Нигматуллин Р.И.](#) Динамика многофазных сред. М.:Наука, 1987. Ч.1. - 464 с.
4. Самарский А.А. Теория разностных схем. – М. Наука, 1977.